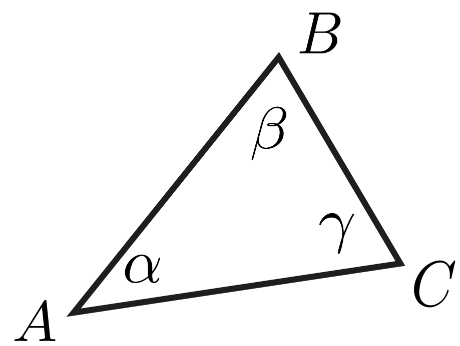
EPFL

Exemple de triangle
avec des angles de précision égale



- Situation – 3 mesures des angles $\ell_\alpha, \ell_\beta, \ell_\gamma, \sigma_\alpha = \sigma_\beta = \sigma_\gamma = \sigma_0 \approx 3\,\text{mgon}$
  - Comment détecter une faute ?

$$\ell_\alpha = 061.341\,\text{gon}$$
$$\ell_\beta = \overset{99}{\cancel{100}}.658\,\text{gon}$$
$$\ell_\gamma = 038.986\,\text{gon}$$

200.985

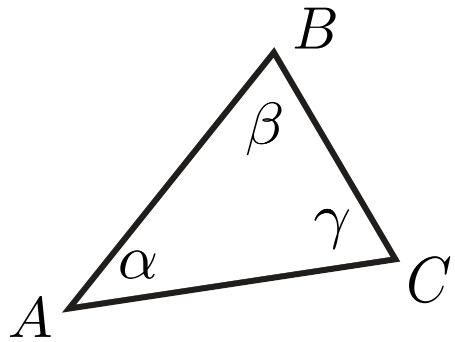
199.985

$$\underbrace{|200 - \Sigma x|}_{\text{écart de fermeture}} = 15\,\text{mgon}$$

$$\sigma_\Sigma = \underbrace{\sqrt{3}}_{1.7} \times \underbrace{\sigma_0}_{3} = 5.2\,\text{mgon}$$

$$k = \frac{\sigma_\Sigma}{\sigma_0} < 3$$

Exemple de triangle
avec des angles de précision égale



- Situation – 3 mesures des angles $\ell_\alpha,\ \ell_\beta,\ \ell_\gamma,\ \sigma_\alpha = \sigma_\beta = \sigma_\gamma = \sigma_0 \approx 3\ \mathrm{mgon}$
  - 2ème mesure corrigée

$$\ell_\alpha = 61.341\,\mathrm{gon}$$
$$\ell_\beta = 99.658\,\mathrm{gon}$$
$$\ell_\gamma = 38.986\,\mathrm{gon}$$

$\hat{\gamma}$

- Objectif : déterminer l'angle gamma à l'aide de toutes les mesures disponibles, comment ?
  - 1
  - 2

$\gamma_D,\ \cancel{\sigma^2}\ \sigma_D^2 = 1$

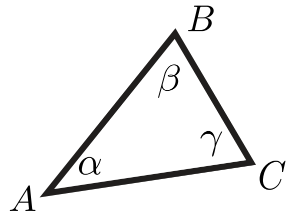
$\gamma_I = 200 + \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -1 \end{bmatrix}}_{F} \cdot \begin{bmatrix} \ell_\alpha \\ \ell_\beta \end{bmatrix}, \quad \sigma_{\gamma I}^2 = F \sigma_0 I_2 F^T = 2\sigma_0^2$

$\sigma_I^2 = 2$

EPFL

Exemple de triangle
avec des angles de précision égale

$$\ell_\alpha = 61.341\,\text{gon}$$
$$\ell_\beta = 99.658\,\text{gon}$$
$$\ell_\gamma = 38.986\,\text{gon}$$
$$\sigma_\alpha = \sigma_\beta = \sigma_\gamma = \sigma_0 \approx 3\ \text{mgon}$$



- Objectif : déterminer l'angle gamma à l'aide de toutes les mesures
- Comment ?

$$p_d = 1 = \frac{1}{\sigma_D^2}$$
$$p_I = \frac{1}{2} = \frac{1}{\sigma_I^2}$$

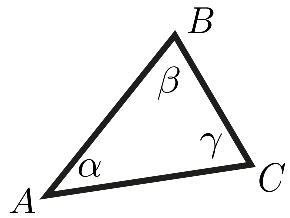
- Moyenne ?

$$\hat{\gamma} = \frac{p_D\,\ell_{\gamma D} + p_I\,(200 - \ell_\alpha - \ell_\beta)}{p_D + p_I} = 38.991\ \text{gon}$$

$$v_\gamma = \hat{\gamma} - \ell_\gamma = 0.005\ \text{gon}$$

Exemple de triangle
avec des angles de précision égale

$$\ell_\alpha = 61.341\,\text{gon}$$
$$\ell_\beta = 99.658\,\text{gon}$$
$$\ell_\gamma = 38.986\,\text{gon}$$
$$\sigma_\alpha = \sigma_\beta = \sigma_\gamma = \sigma_0 \approx 3 \text{ mgon}$$



- on refait la procédure pour alpha et beta

$$\hat{\alpha} = \frac{p_{\alpha_D}\alpha_D + p_{\alpha_I}(200-\beta-\gamma)}{p_{\alpha_D}+p_{\alpha_I}} = 61.346 \text{ gon}$$

$$\hat{\beta} = \frac{p_{\beta_D}\beta_D + p_{\beta_I}(200-\alpha-\gamma)}{p_{\beta_D}+p_{\beta_I}} = 99.663 \text{ gon}$$

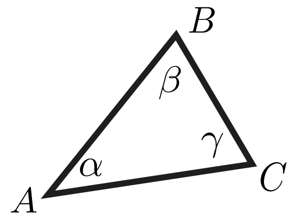
$$\hat{\gamma} = 38.991 \text{ gon}$$

- on calcule les résidus

$$v_\alpha = \ell_\alpha - \hat{\alpha} = 0.005 \text{ gon}$$
$$v_\beta = \ell_\beta - \hat{\beta} = 0.005 \text{ gon}$$
$$v_\gamma = \ell_\gamma - \hat{\gamma} = 0.005 \text{ gon}$$

- on observe que
  - la répartition des résidus est uniforme
    $$v_\alpha = v_\beta = v_\gamma = 0.005 \text{ gon}$$
  - écarte de fermeture = la somme des résidus
    $$\sum v_i = 0.015 \text{ gon} = \left|\sum \ell_i - 200\right|$$

Pourquoi l'exemple de triangle ?
Compenser sans savoir !



- pour obtenir un résultat on a fait usage
  - de liens entre mesures pour … ? faute, + ∡ indirect
  - de la propagation d'erreurs pour… → σ_I
  - de la moyenne pondérée pour … → $\hat{x}_i$ $i = \alpha, \beta,$

- avons-nous obtenu les meilleurs résultats possibles ?

$\Sigma v^2 \rightarrow \min$ ✓ oui

- il y a plus élégant ? OUI

condition : $200 - \check{\alpha} - \check{\beta} - \check{\gamma} = 0$

réalité : $200 - \ell_\alpha - \ell_\beta - \ell_\gamma = w$

compensation – conditionnelle ! → 1. étape → $v_{\alpha,\beta,\gamma}$; $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}$

↑ seul

$\sigma_{\hat{\alpha}}, \sigma_{\hat{\beta}}, \sigma_{\hat{\gamma}}$

Pour prochain fois lire 3 pages de Chapitre 3 (3.1+ 3.2) !